

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОГАЗОДИНАМИКИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н.

В работе описываются эффективные вычислительные технологии и их реализация в виде программного комплекса «Сигма» для обеспечения газодинамических расчетов. Основные алгоритмы генерации расчетных сеток и численного решения обладают геометрическим параллелизмом и реализованы для суперкомпьютеров с общей памятью. Приводятся некоторые результаты моделирования пространственных течений в областях сложной формы с криволинейными границами.

Ключевые слова: вычислительная газодинамика, препроцессинг, адаптивные сетки, конечно-разностные методы, сверх- и гиперзвуковые течения.

Разработка программного обеспечения для исследования течений в задачах сверхзвуковой и гиперзвуковой аэрогазодинамики современных и перспективных летательных аппаратов является актуальной проблемой для отечественной аэрокосмической промышленности. Использование коммерческих пакетов вычислительной механики жидкости и газа, например, пакета ANSYS CFX, для решения подобного класса задач не всегда позволяет получить адекватное решение: в ряде случаев можно обнаружить, что решение оказывается «нефизичным», или «разваливается», и для применения пакета приходится специальным образом настраивать характеристики газа, эмпирически подбирать параметры расчетных схем и т.п. Кроме того, хорошо известно, что ни один из вычислительных методов не обладает абсолютными преимуществами по качеству получаемого решения и не является универсальным, пригодным для всего широкого набора задач газовой динамики.

В работе описывается разработанный авторами программный комплекс «Сигма», который позволяет проводить моделирование двумерных плоских, осесимметричных и трехмерных течений идеального и вязкого газов в областях сложной криволинейной формы, и имеет структуру, подобную общим системам обеспечения газодинамических расчетов. Программный комплекс «Сигма» включает в себя полный набор программных подсистем, которые требуются для проведения газодинамических расчетов. Компоненты программного комплекса являются неза-

висимыми программными продуктами, реализованными с помощью объектно-ориентированного подхода, и поддерживают возможность создания расширений. В состав программного комплекса входят: 1) препроцессор, который состоит из модуля геометрического моделирования, позволяющего генерировать достаточно широкий диапазон трехмерных геометрических областей, модуля задания свойств, типов границ и областей; генератора регулярных геометрически-адаптивных [1] сеток; 2) расчетного модуля, позволяющего проводить вычисления для сверхзвуковых и гиперзвуковых потоков; 3) постпроцессора, позволяющего визуализировать результаты решения и проводить их дальнейший анализ.

Модуль препроцессора имеет графический интерфейс, позволяющий визуально создавать расчетную область, которая строится из набора исходных гексаэдральных блоков (примитивов) путем их составления и последующего деформирования. Деформирование осуществляется с помощью изменения координат опорных точек геометрии путем их ввода или считывания из файла. Опорные точки геометрии расположены на граничных поверхностях примитивов и образуют поверхностную регулярную сетку узлов. В качестве входной информации о геометрических поверхностных параметрах тел, обтекаемых потоком, могут использоваться форматы пакета SOLIDWOKS. В этом случае, для построения регулярной сетки опорных точек на импортированной поверхности, реализованы функции генерации точек в заданных сечениях геометрии и вдоль линий между двумя заданными на поверхности точками (рис. 1).

Для построенных областей криволинейных блоков и их границ в интерфейсе препроцессора проводится инициализация типов начальных и граничных условий, достаточных для проведения широкомасштабного моделирования.

Уравнения граничных поверхностей блоков записываются в параметрической форме. Для компьютерного задания таких поверхностей применяются методы интерполяции линейными $p_{JK}^1(t, \tau) = \mathbf{I}(t) \cdot \mathbf{S}_{JK}^1 \cdot \mathbf{I}^T(\tau)$ и кубическими $p_{JK}^3(t, \tau) = \mathbf{c}(t) \cdot \mathbf{S}_{JK}^3 \cdot \mathbf{c}^T(\tau)$ поверхностными сплайнами [2], которые строятся на основе полученной регулярной сетки опорных точек.

Для генерации адаптивной сетки вводится трехмерная неортогональная система координат X^j , которую будем называть адаптивной системой координат, как система координат, в которой границы криволинейного блока являются координатными поверхностями. Для перехода к этим координатам $x^i = F^i(X^j)$ был выбран следующий явный вид алгебраического преобразования, которое относится к лагранжевым координатным преобразованиям методов трансфинитной интерполяции [3]:

$$\begin{aligned}
F^i(X^1, X^2, X^3) &= P^i(X^1, X^2, X^3) - [1 - \alpha(X^1)][P^i(X_{\min}^{1,k}, X^2, X^3) - x_f^i(X^2, X^3)] - \\
&\quad - \alpha(X^1)[P^i(X_{\max}^{1,k}, X^2, X^3) - x_e^i(X^2, X^3)], \\
P^i(X^1, X^2, X^3) &= T^i(X^1, X^2, X^3) - [1 - \alpha(X^2)][T^i(X^1, X_{\min}^{2,k}, X^3) - x_d^i(X^1, X^3)] - \\
&\quad - \alpha(X^2)[T^i(X^1, X_{\max}^{2,k}, X^3) - x_b^i(X^1, X^3)], \\
T^i(X^1, X^2, X^3) &= (1 - \alpha(X^3))x_a^i(X^1, X^2) + \alpha(X^3)x_c^i(X^1, X^2),
\end{aligned}$$

Переходные функции вида $\alpha(X^j) = (X^j - X_{\min}^{j,k}) / (X_{\max}^{j,k} - X_{\min}^{j,k})$ обеспечивают равномерное распределение узлов в области. Преимуществами данного метода генерации геометрически-адаптивных сеток являются быстрота, относительная простота записи формул для самого преобразования и для его производных (якобианов, гессианов); отсутствие дополнительных условий на сопряжение блоков.

Для сгущения узлов вблизи границ вводится предварительное преобразование $X(\xi) : \Xi^3 \rightarrow X^3$ исходной равномерной сетки в неравномерную, сгущающуюся по заданному закону в адаптивных координатах. В программе используются 3 функции из [3], управляющие сгущением узлов (рис. 2):

$$X_1(\xi, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{\varepsilon}{b} \ln(1 - c\xi), & 0 \leq \xi \leq \xi_1, \\ \xi_1 = (1 - \varepsilon^k) / c, \\ x_1 + c(\xi - \xi_1) / b, & \xi_1 \leq \xi \leq 1, \\ x_1 = \frac{1}{b} \varepsilon^k \ln \varepsilon^{-k}, \end{cases},$$

$$X_2(\xi, \varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon^k \left((1 - c\xi)^{-\frac{1}{m}} - 1 \right), & 0 \leq \xi \leq \xi_2, \quad \xi_2 = \frac{1}{c} \left(1 - \varepsilon^{\frac{k-m}{m+1}} \right), \\ x_2 + \frac{c}{m} (\xi - \xi_2), & \xi_2 \leq \xi \leq 1, \quad x_2 = \varepsilon^{\frac{k-m}{m+1}}, \quad c = 1 - \varepsilon^{\frac{k-m}{m+1}} + m(1 - x_2), \end{cases},$$

$$X_5(\xi, \varepsilon) = \varepsilon^k \left((1 + \varepsilon^{-k})^\xi - 1 \right),$$

где $c = 1 - \varepsilon^k + b(1 - x_1)$, $k, b, m, \varepsilon = \text{const} > 0$.

На основании полученной геометрии примитивов и определения их характеристик, а также на основе введенных количеств разбиений по трем координатным направлениям осуществляется генерация адаптивной сетки. Существует возможность генерировать сетку только для части построенной области, выбирать геометрические параметры, которые должны считаться для узла сетки, выбирать форматы файлов сетки, задавать количество потоков и запускать процесс генерации сетки.

Объединение локальных сеток криволинейных блоков в глобальную сетку основывается на методе ленточных адаптивных сеток [4-5]. Суть его состоит во введении одноиндексной нумерации узлов глобальной сетки и построения специального списка для такой нумерации, подобно тому, как это производится в методах конечных элементов. В результате в памяти компьютера хранится единый сплошной массив данных, на элементы которого можно ссылаться по одному индексу – глобальному номеру узла.

На рис. 3 и 4 представлены некоторые результаты генерации двумерных осесимметричных и трехмерных сеток: сетка для области внешнего обтекания с двухступенчатой носовой частью и внутренним каналом воздухозаборника (рис. 3,а), трехмерная сетка для внутреннего канала воздухозаборника с учетом пилонов (рис. 3,б), сетка со сгущением вблизи поверхности обечайки и центрального тела канала воздухозаборника (рис. 3,в), О-образные сетки для области внутреннего течения в сопле РДТГ (рис. 4,а) и в области сферически затупленной носовой части летательного аппарата (рис. 4,б).

В расчетном модуле использовались 2 класса стандартных математических моделей ламинарных течений – это системы уравнений динамики идеального газа и система уравнений Навье-Стокса с учетом теплопроводности газа с начальными и граничными условиями на границах жесткой стенки, дозвуковых и сверхзвуковых границах входа и выхода потока, границе симметрии:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0,$ $\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{E}) = 0,$ $\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho \varepsilon + p) \mathbf{v}) = 0,$ $\varepsilon = c_v \theta + \frac{ \mathbf{v} ^2}{2}, p = \rho R \theta.$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0,$ $\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{E} - \mathbf{T}_v) = 0,$ $\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho \varepsilon + p) \mathbf{v} - \mathbf{T}_v \cdot \mathbf{v} + \mathbf{q}) = 0,$ $\mathbf{T}_v = \mu_1 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{E} + \mu_2 (\nabla \otimes \mathbf{v} + \nabla \otimes \mathbf{v}^T), \quad \mathbf{q} = -\lambda \nabla \theta.$
Граничные условия	
Жесткая стенка: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$.	Жесткая стенка: $\mathbf{v} = 0, -\lambda \nabla \theta \cdot \mathbf{n} = q_e$.
Условия входа потока: $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \leq 0, \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > a): \rho = \rho_\infty, \mathbf{v} = \mathbf{v}_\infty, p = p_\infty$.	
Условия выхода потока: $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \geq 0, \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < a): p = p_g$.	$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \geq 0, \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > a): \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$.
Граница симметрии: $\frac{\partial \rho}{\partial n} = 0, \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, \frac{\partial v_{\tau_l}}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$.	

Начальные условия

$$t = 0: \quad \rho(0, \mathbf{x}) = \rho_s(\mathbf{x}), \mathbf{v}(0, \mathbf{x}) = \mathbf{v}_s(\mathbf{x}), p(0, \mathbf{x}) = p_s(\mathbf{x}).$$

Расчетный модуль позволяет проводить моделирование течений идеального газа на основе явных конечно-разностных схем типа Мак–Кормака [5-6] и TVD [7-9], модифицированных для расчетов на адаптивных сетках. Эти разностные схемы хорошо апробированы и достаточно эффективны при решении подобного класса задач, имеют второй порядок точности на гладких решениях. Схема типа TVD позволяет использовать более крупный временной шаг, чем схема типа Мака-Кормака, однако схема типа Мак-Кормака примерно на порядок быстрее проводит расчет одного временного слоя, чем схема типа TVD.

Использовались как дивергентные виды записи систем уравнений в адаптивных координатах, обеспечивающие консервативность разностных схем, построенных на их основе, так и недивергентные виды записи систем уравнений, в которых появлялись коэффициенты в виде матриц Якоби P^j_i при конвективных производных. В ходе исследований было получено, что для некоторых задач можно использовать и неконсервативные схемы: потеря точности сохранения балансов интегральных расходов по массе и энергии есть, но они не так велики (менее 10%) и ими можно пренебречь, однако выгода от недивергентных схем чрезвычайно существенна, поскольку дивергентные схемы очень требовательны к качеству сетки. В то же время этой особенности нет у неконсервативных схем, они позволяют использовать кусочно-гладкие сетки. Для учета вязких членов применялись методы расщепления сначала по физическим процессам, а затем по координатным направлениям [10].

Численная аппроксимация граничных условий осуществлялась на основе метода фиктивных ячеек, который, как и используемые разностные схемы, обеспечивает второй порядок точности. Для расчетной области V вводились дополнительные внешние слои фиктивных ячеек и разностные операторы для граничных узлов [11]. Для разностного шаблона схемы Мак-Кормака аппроксимация имела следующий вид:

Жесткая стенка:	$h_\eta = h_{z(\eta)}; v_{n\eta} = -v_{nz(\eta)}; h = \{\rho, v_{\tau, \eta}, p, \gamma_i\}, I = 1, 2.$
$(v_n \leq 0, v_n > a):$	$h_\eta = 2h_\infty - h_{z(\eta)}; h = \{\rho, v^j, p, \gamma_i\}.$
$(v_n \geq 0, v_n > a):$	$h_\eta = h_{z(\eta)}; h = \{\rho, v^j, p, \gamma_i\}.$
$(v_n \geq 0, v_n < a):$	$h_\eta = h_{z(\eta)}; p_\eta = 2p_g - p_{z(\eta)}; h = \{\rho, v^j, \gamma_i\}.$

Граница симметрии:	$\sum_{i=1}^3 n_{\eta}^i \frac{h_{A(\eta)+} - h_{A(\eta)-}}{X_{A(\eta)+}^i - X_{A(\eta)-}^i} = 0; v_{n\eta} = -v_{nZ(\eta)}; h = \{ \rho, v_{\tau}, p \}, I = 1, 2.$
--------------------	--

Интерфейс расчетного модуля позволяет вводить граничные условия первого рода и второго рода типа мягких граничных условий.

Расчетный модуль поддерживает возможность ведения расчета до определенного момента времени, сохранения результатов расчёта через заданные интервалы времени и возобновления расчета с сохраненного состояния. Вывод результатов может производиться целиком для всей расчетной области, а также в отдельных сечениях и точках. Имеется поддержка интеграции с программами постпроцессорной обработки данных.

Алгоритмы генерации сетки и численного решения обладают геометрическим параллелизмом [12]. В настоящее время программный комплекс имеет параллельную версию для систем с общей памятью. При программной реализации применялась библиотека OpenMP 2.0. Расчеты проводились на суперкомпьютере СКИФ МГУ «Чебышев».

Проводилось классическое тестирование программного комплекса на одномерных задачах распада разрыва, а также на двумерных тестовых задачах распространения ударной волны в каналах с прямым уступом и с клинообразным сужением путем сравнения с известными численными решениями. Установлено, что используемые разностные схемы не сильно размывают разрывы, скорости распространения разрывов и углы отражения ударных волн достаточно хорошо согласуются с известными решениями.

На рис. 5-8 представлены некоторые результаты моделирования течений в областях сверхзвуковых осесимметричных воздухозаборников. Рассматривались области внешнего обтекания и входной части канала.

Начальные условия:

$$\rho = 0.1946, \quad v_{\phi} = v_r = 0, \quad v_z = 90, \quad p = 12084.5.$$

Параметры набегающего потока:

$$\rho = 0.1946, \quad v_{\phi} = v_r = 0, \quad v_z = 900, \quad p = 12084.5.$$

При решении задачи в идеальной постановке с достаточно хорошим качеством выявлялась характерная система косых скачков уплотнения, возникающая при втекании сверхзвукового потока в канал (рис. 5). Проводились расчеты течения в области полного канала как при условиях свободного (сверхзвукового) выхода потока из канала (рис. б), так и на режимах дросселирования. Используемая методика расчета позволяла выявлять критические режимы, когда замыкающий прямой скачок в канале воздухозаборника устанавливается достаточно

медленно, а также режимы помпажа в канале, когда прямой скачок выбивался из канала в область внешнего обтекания. По этим данным была построена дроссельная характеристика воздухозаборника (рис. 7), которая показала достаточно хорошую точность расчетов при сравнении с экспериментальными данными: относительная погрешность составила не более 2% при сравнении данных по значению коэффициента расхода, угловая точка дроссельной характеристики, полученная в расчетах, превышала экспериментальную менее чем на 12%. Трехмерный расчет проводился для оценки влияния пилонов на внутреннее течение в канале. Было показано, что выбранная модель геометрии пилонов достаточно сильно влияла на поток, образовывались области локального повышения плотности, температуры и давления (рис. 8).

Основные выводы и результаты работы:

1) Разработан программный комплекс «Сигма», который включает в себя все основные элементы, которые требуются для проведения в полуавтоматизированном режиме многомерных нестационарных газодинамических расчетов в областях сложной формы с криволинейными границами.

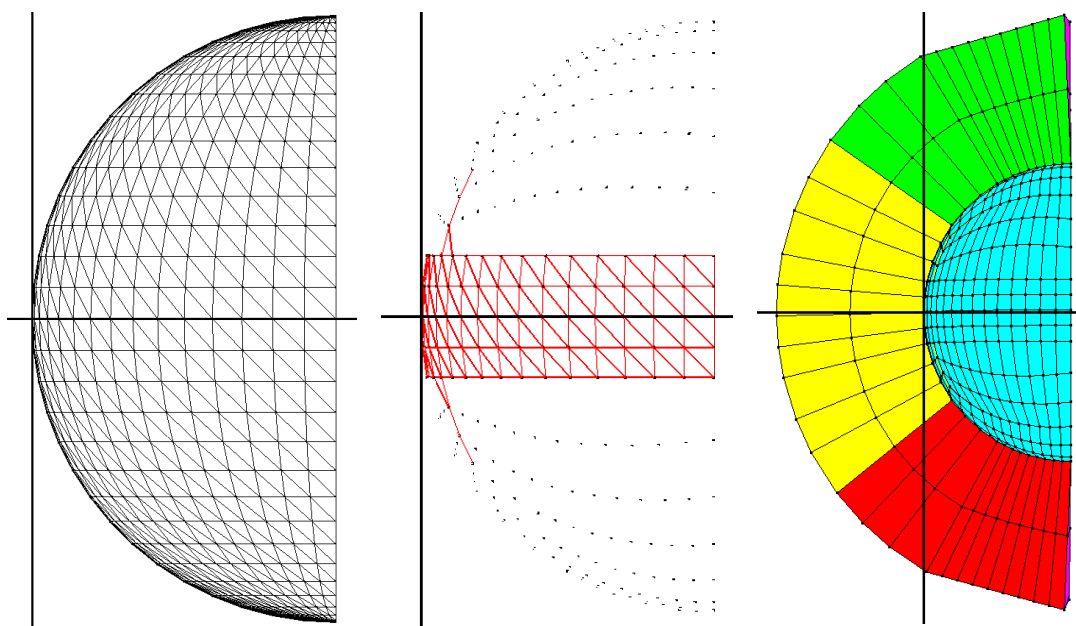
2) Проведена апробация программного комплекса «Сигма» при решении тестовых задач о распаде разрыва, о распространении ударной волны в прямоугольном канале с уступом и клином.

3) Проведено двумерное осесимметричное и трехмерное численное моделирование течений газа в сверхзвуковом воздухозаборнике, показавшее, что с помощью программного комплекса «Сигма» можно получать распределения параметров течения газа в многомерных областях сложной криволинейной формы. Сравнение с экспериментальными данными показало достаточно хорошую точность расчетных данных на дроссельной характеристике воздухозаборника.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов Президента РФ для молодых ученых МК-4234.2010.8 и МК-2498.2011.8.

Литература

1. Гильманов А.Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. М.: Физматлит, 2000.
2. Никулин Е.А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
3. Лисейкин В.Д. Метод алгебраической адаптации // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 3, № 10. С. 1692-1709.
4. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Парамонов В.В. Численное моделирование обтекания перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов газовыми потоками // Материалы междунар. конф. ВМСППС'2011. М., 25-31 мая, 2011. С. 533-535.
5. Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике. М.: Физматлит, 2011.-286 с.
6. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А. Метод ленточных адаптивных сеток в газовой динамике. М.: Изд-во НТЦ Университетский, 2008.-176 с.
7. Harten A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws // J.Comp.Phys. 1983. Vol. 49. P. 357-393.
8. Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Сыздыков Е.К. Развитие метода ленточно-адаптивных сеток на основе схем TVD для решения задач газовой динамики // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. 2011. № 2. С. 87-97.
9. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К., Аббакумов А.С. Разработка программного обеспечения для математического моделирования в задачах сверхзвуковой аэрогазодинамики перспективных летательных аппаратов // Супервычисления и математическое моделирование: Тр. междунар. сем.. Саров, 11-15 октября, 2010. С. 148-155.
10. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
11. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А. Автоматизированная система для моделирования газовых потоков методом ленточных адаптивных сеток // Информационные технологии. – 2009. № 6. – С. 12-16.
12. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н. Разработка технологий параллельных вычислений для решения многомерных нестационарных задач газовой динамики // Аэрокосмические технологии: Сб. науч. тр. М., 19-20 мая, 2009. С. 142-145.



а) загруженная STL-геометрия поверхности

б) регулярная сетка узлов на поверхности

в) вид сгенерированных криволинейных блоков

Рисунок 1 – Построение геометрии области внешнего обтекания сферической поверхности

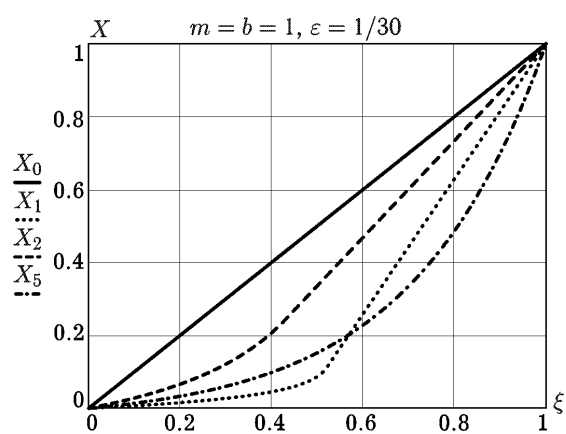
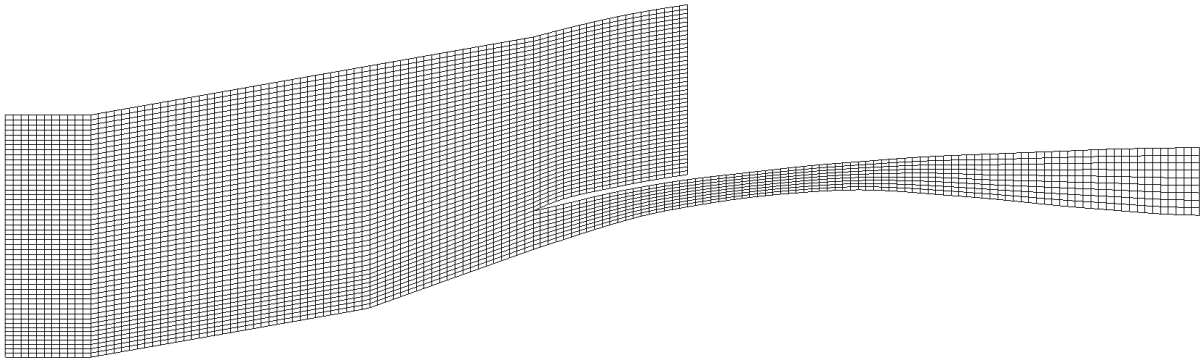
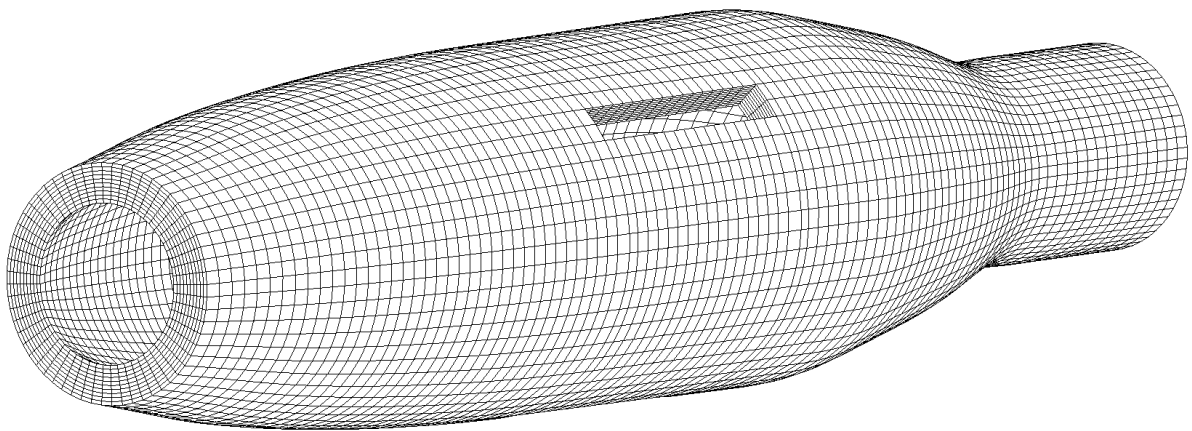


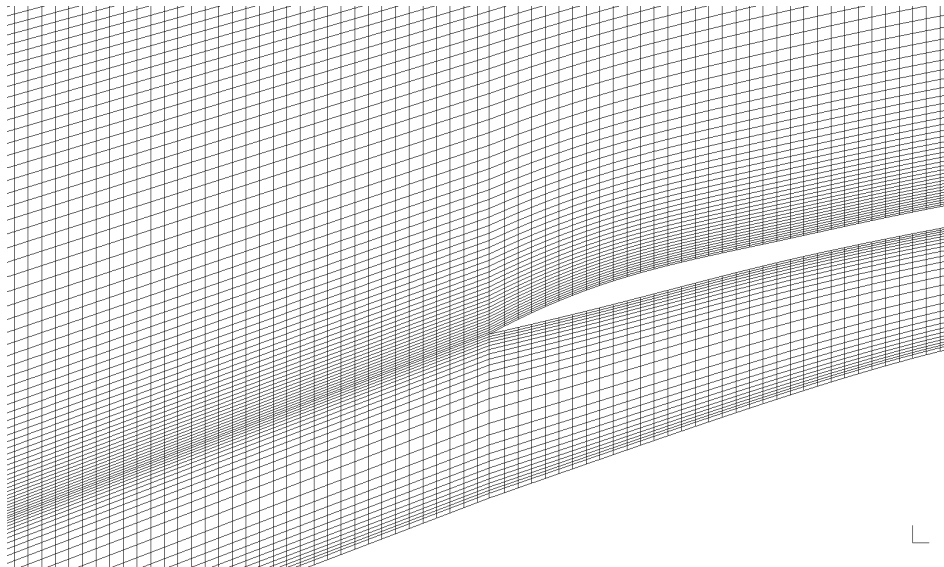
Рисунок 2 – Графики функций, управляющих сгущением узлов, $k = 1$ для функций X_1 и X_5 , $k = 0.5$ для функции X_2



а) сетка для осесимметричного воздухозаборника с двухступенчатой носовой частью

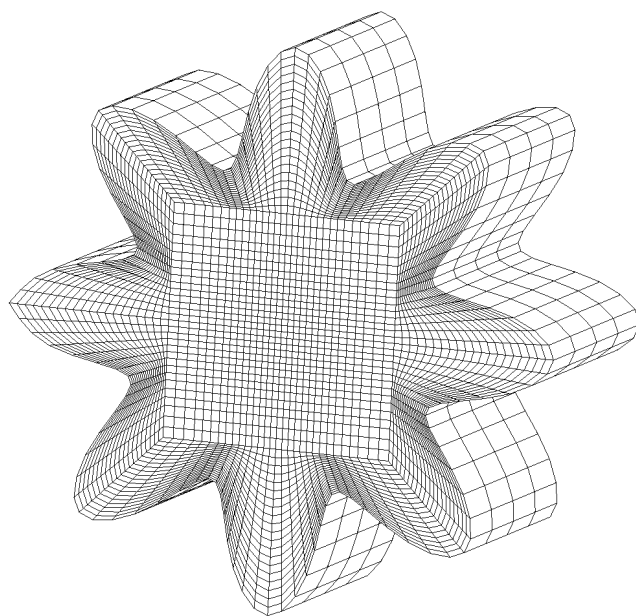


б) трехмерная сетка для области внутреннего канала воздухозаборника с учетом пилонов канала

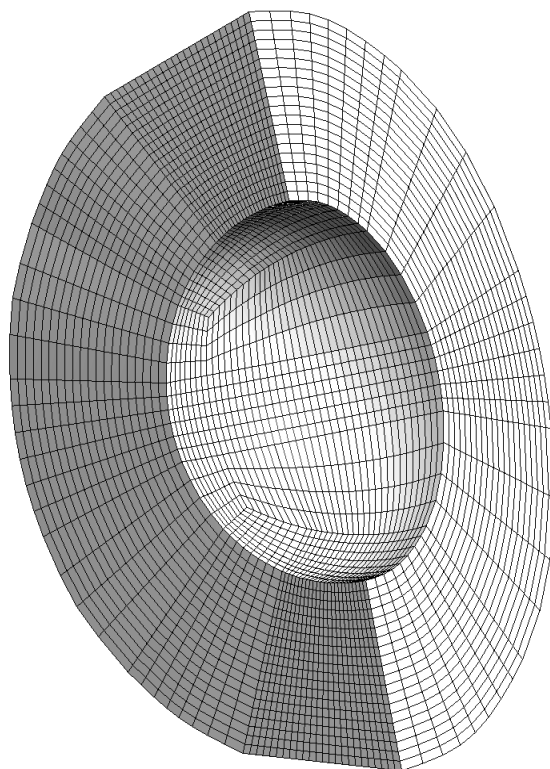


в) сетка со сгущением вблизи поверхности обечайки и центрального тела воздухозаборника

Рисунок 3 – Двумерные осесимметричные и трехмерные адаптивные сетки для областей внешнего обтекания и внутреннего течения в канале воздухозаборника летательного аппарата

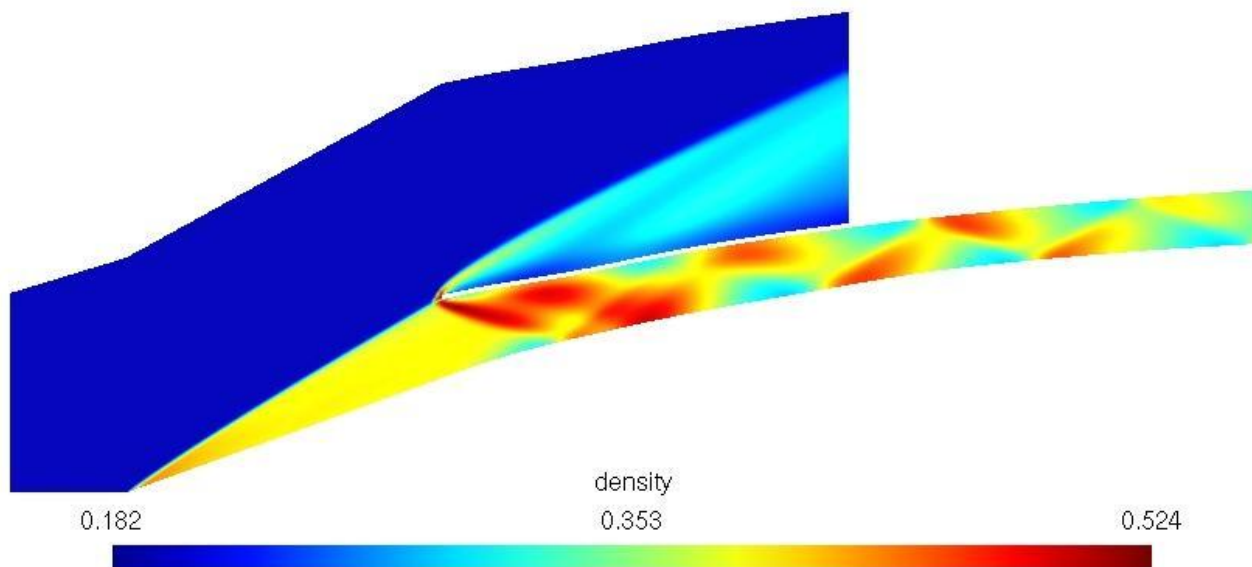


а) O-образная сетка для канала РДТТ

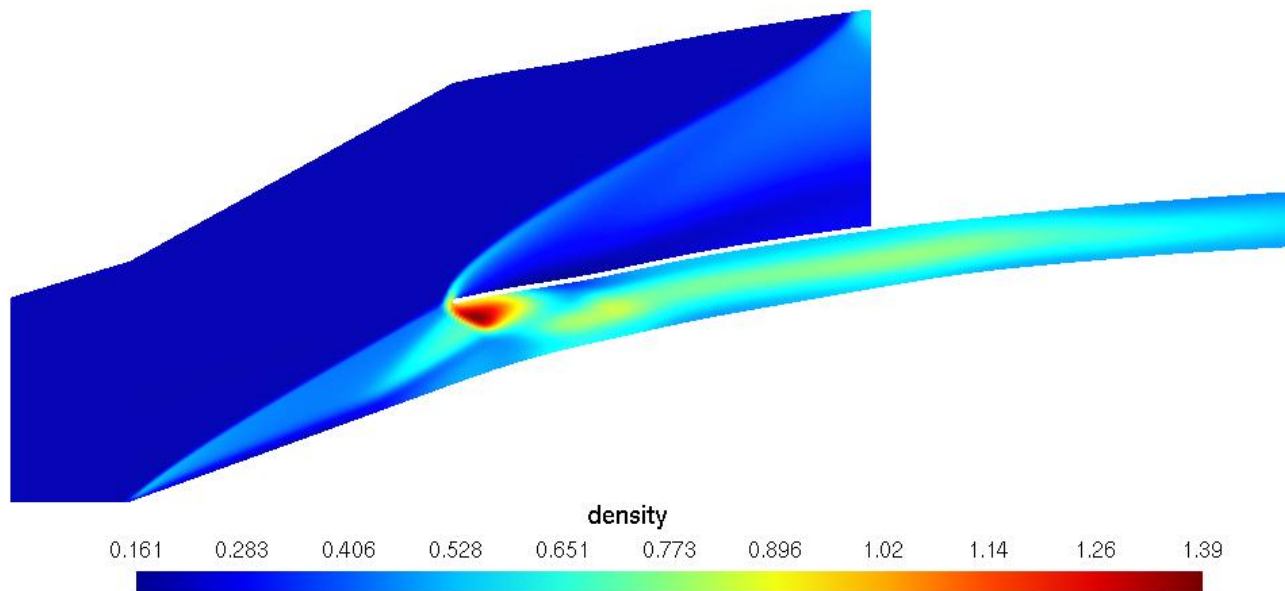


б) O-образная сетка для области внешнего обтекания сферически затупленной носовой части

Рисунок 4 –Трехмерные адаптивные сетки для областей внутреннего течения в канале РДТТ и внешнего обтекания сферически затупленной носовой части летательного аппарата



а) плотность, кг/м³



б) плотность, кг/м³

Рисунок 5 – Результаты численного решения задачи торможения идеального (а) и вязкого (б) газа в области внешнего обтекания и во входной части канала сверхзвукового воздухозаборника

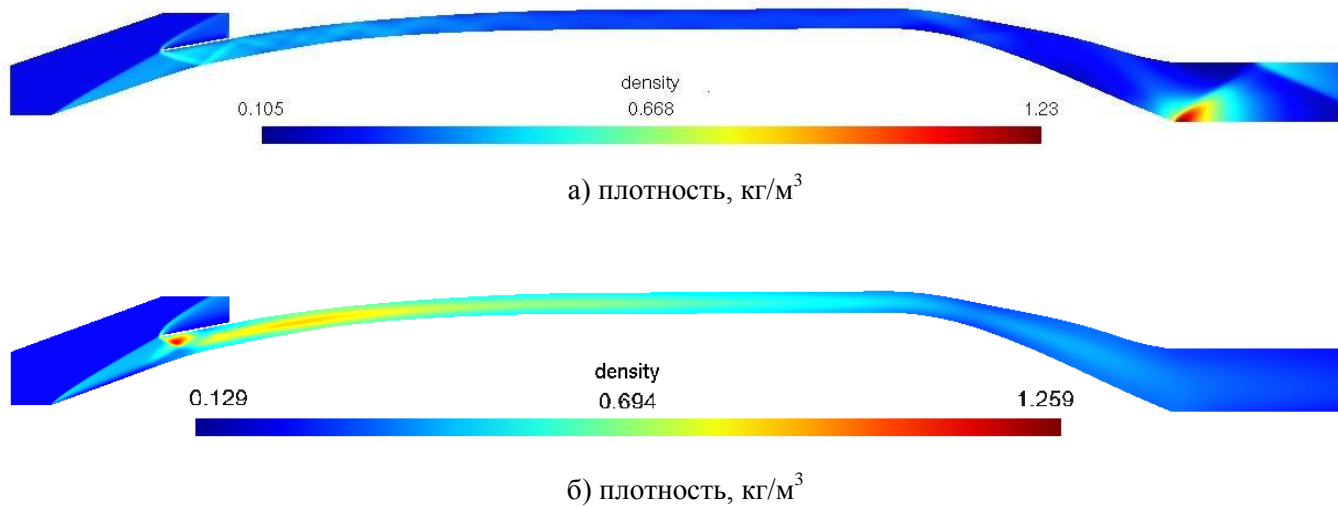


Рисунок 6 – Результаты численного решения задачи торможения идеального (а) и вязкого (б) газа в канале сверхзвукового воздухозаборника

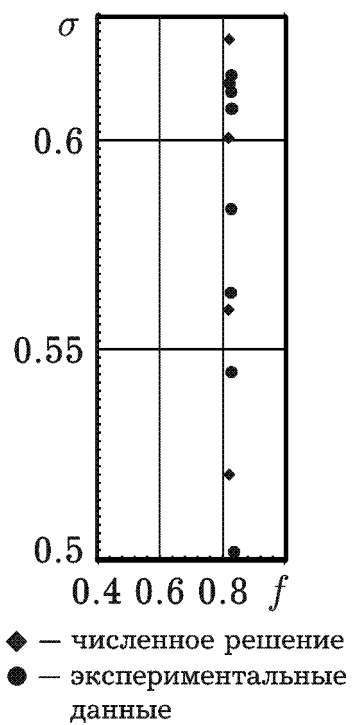
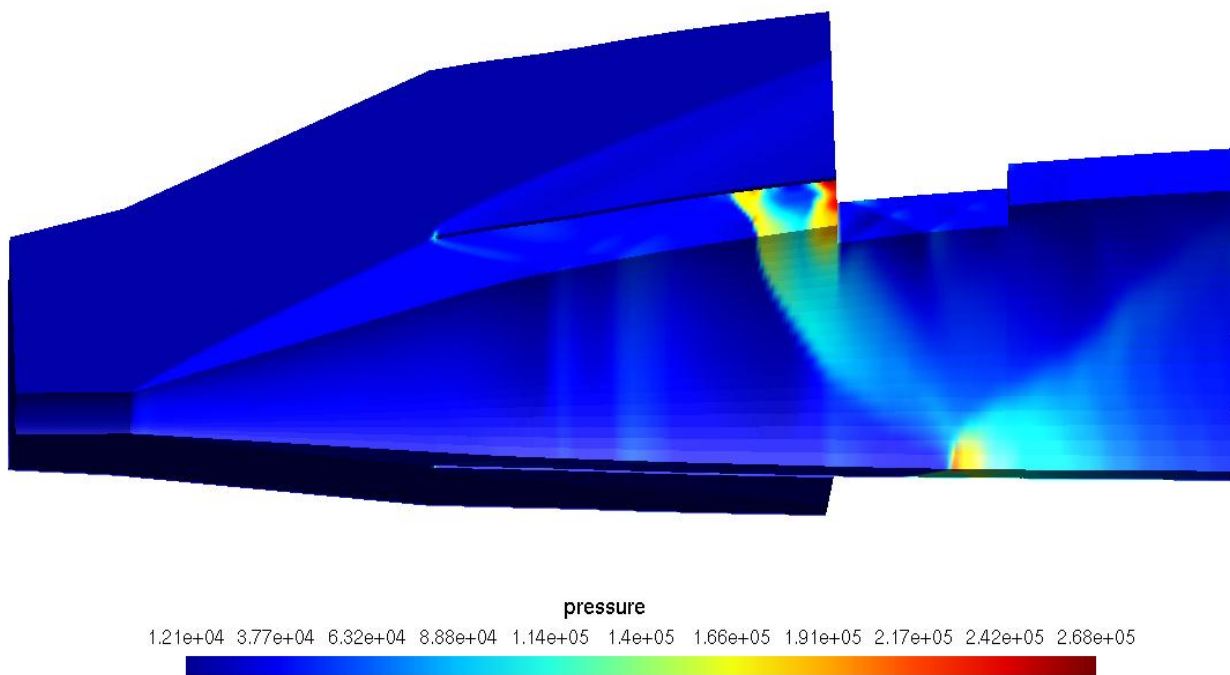
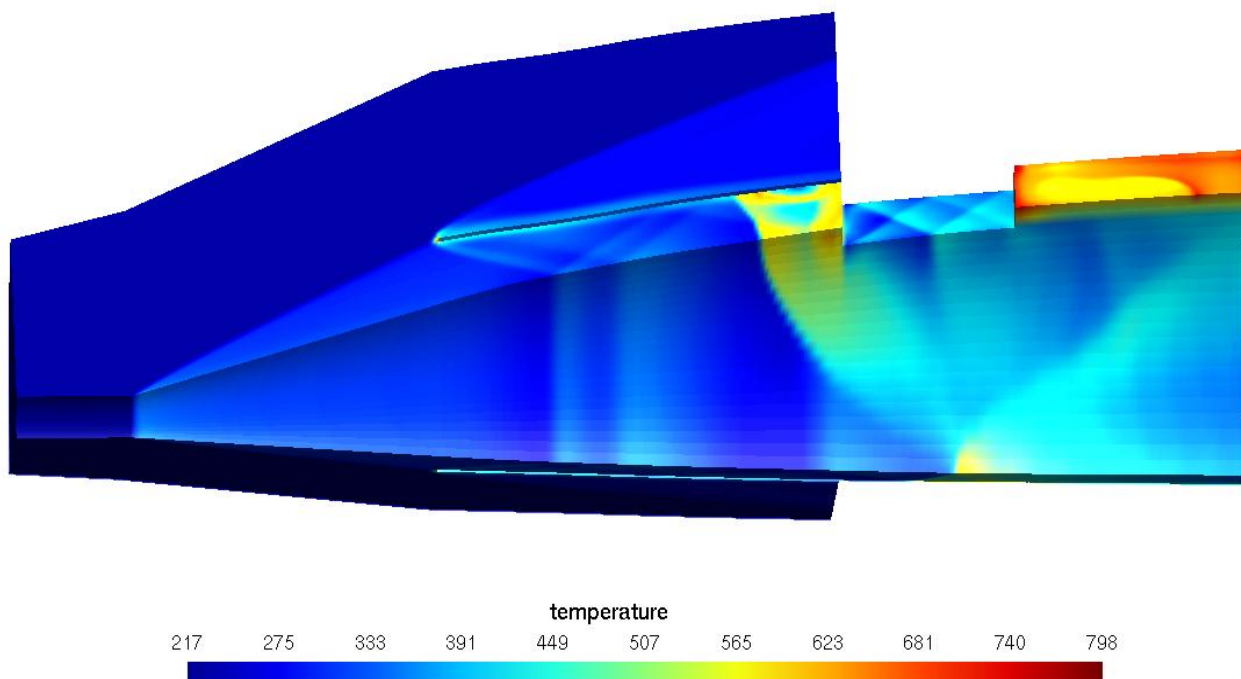


Рисунок 7 – Дроссельная характеристика сверхзвукового воздухозаборника



а) давление, Па



б) температура, К

Рисунок 8 – Моделирование идеального (а) и вязкого (б) течения газа в канале сверхзвукового воздухозаборника с пилонами.